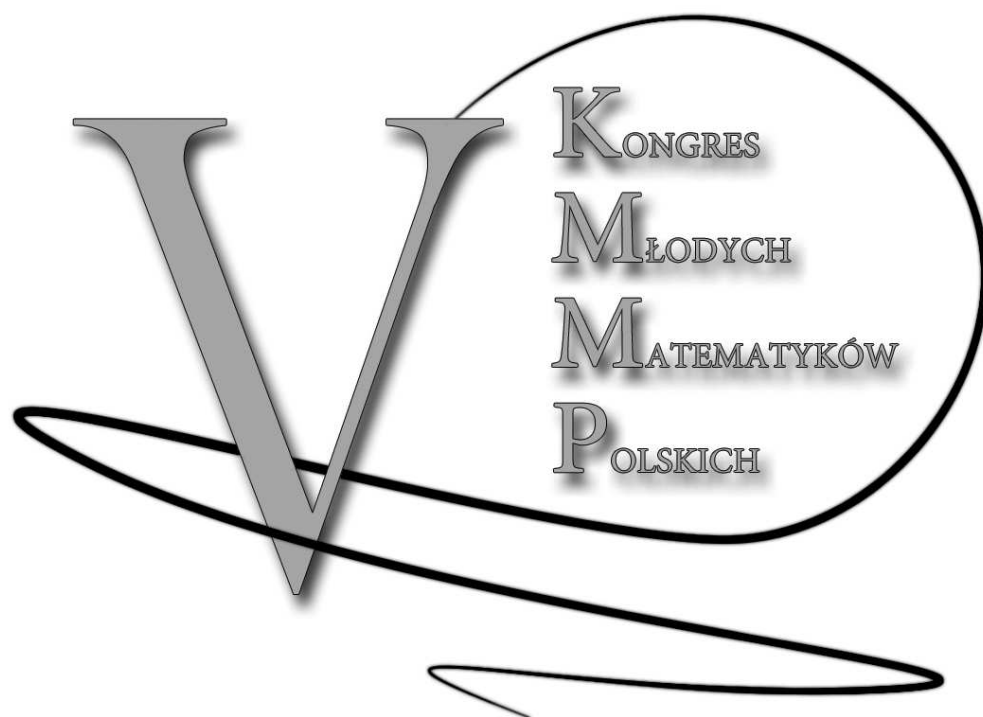




Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Uniwersytet Zielonogórski
Zielona Góra, 18-21 września 2014 roku



*pod honorowym patronatem
Małżonki Prezydenta Rzeczypospolitej Polskiej
Pani Anny Komorowskiej*

Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Uniwersytet Zielonogórski
Zielona Góra, 18-21 września 2014 roku

Komitet Honorowy

- Andrzej Białas, *Prezes Polskiej Akademii Umiejętności*
- Stefan Jackowski, *Prezes Polskiego Towarzystwa Matematycznego (2005-2013)*
- Michał Kleiber, *Prezes Polskiej Akademii Nauk*
- Joanna Kluzik-Rostkowska, *Minister Edukacji Narodowej*
- Lena Kolarska-Bobińska, *Minister Nauki i Szkolnictwa Wyższego*
- Janusz Kubicki, *Prezydent Miasta Zielona Góra*
- Tadeusz Kuczyński, *Rektor Uniwersytetu Zielonogórskiego*
- Jan Madey, *Przewodniczący Zarządu Krajowego Funduszu na rzecz Dzieci*
- Wacław Marzantowicz, *Prezes Polskiego Towarzystwa Matematycznego*
- Jerzy Ostrouch, *Wojewoda Lubuski*
- Elżbieta Polak, *Marszałek Województwa Lubuskiego*
- Wadim Tyszkiewicz, *Prezydent Miasta Nowa Sól*
- Maciej Żylicz, *Prezes Fundacji na rzecz Nauki Polskiej*

Komitety Wspierające

- Dariusz Bekisz, *Burmistrz Miasta Świebodzin*
- Marek Cieślak, *Starosta Powiatu Żarskiego*
- Tadeusz Dubicki, *Burmistrz Międzyrzecza*
- Tadeusz Jędrzejczak, *Prezydent Miasta Gorzów Wielkopolski*
- Anna Michalczuk, *Starosta Powiatu Żagańskiego*
- Roman Rakowski, *Burmistrz Miasta Sulechów*
- Józef Rubacha, *Burmistrz Miasta Szprotawa*
- Józef Suszyński, *Starosta Powiatu Nowosolskiego*

Komitet Naukowy

- prof. dr hab. Piotr Biler, *Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego*
- prof. dr hab. Andrzej Cegielski, *Wydział Matematyki, Informatyki i i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego*
- prof. dr hab. Armen Edigarian, *Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego*
- prof. nzw. dr hab. Irmina Herburt, *Dziekan Wydziału Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej*
- prof. dr hab. Stanisław Janeczko, *Zastępca Dyrektora Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk*
- prof. dr hab. Jerzy Kaczorowski, *Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza*
- prof. dr hab. Tadeusz Kuczumów, *Dyrektor Instytutu Matematyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej*
- prof. dr hab. Janusz Matkowski, *Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego*
- prof. dr hab. Ryszard Pawlak, *Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego*
- prof. dr hab. Feliks Przytycki, *Dyrektor Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk*
- prof. dr hab. Sławomir Rybicki, *Dziekan Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika*
- dr hab. Longin Rybiński, prof. UZ, *Dziekan Wydziału Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego*
- prof. dr hab. Maciej Sablik, *Dyrektor Instytutu Matematyki Uniwersytetu Śląskiego*
- prof. dr hab. Andrzej Szczepański, *Dyrektor Instytutu Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego*
- prof. dr hab. Andrzej Tarlecki, *Dziekan Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego*

Organizatorzy

- Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk
- Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego

Współorganizatorzy

- Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego
- Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego
- Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego
- Instytut Matematyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej
- Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego
- Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
- Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
- Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
- Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
- Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Sponsorzy Kongresu

- ADB (Advanced Digital Broadcast)
- Apator Rector Sp. z o. o.
- Gazstal S. A.
- Miasto Zielona Góra
- Pracowania Optyczna Tomasz Puślecki
- Santander Universidades realizowany w Polsce przez Bank Zachodni WBK
- Uniwersytet Zielonogórski
- Województwo Lubuskie

V Kongres Młodych Matematyków Polskich jest finansowany przez wszystkich organizatorów i sponsorów Kongresu.

Komitety Organizacyjny

W skład Komitetu Organizacyjnego V Kongresu Młodych Matematyków Polskich wchodzi pracownicy *Wydziału Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego*:

- prof. dr hab. Andrzej Cegielski – przewodniczący,
- dr Krystyna Białek – zastępca przewodniczącego,
- mgr Grzegorz Arkit,
- mgr Marzanna Borowiecka,
- mgr Maciej Kozaryn,
- mgr Anna Leszko,
- dr Barbara Mędryk,
- dr hab. Longin Rybiński, prof. UZ,
- dr Joanna Skowronek-Kaziów,
- dr Alina Szelecka,
- dr Rafał Zalas

oraz

- prof. dr hab. Stanisław Janeczko (*Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk*),
- prof. dr hab. Rafał Łatała (*Komitety Główny Olimpiady Matematycznej*).

Kwalifikację referatów uczniów zgłoszonych na Kongres prowadzili pracownicy *Wydziału Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego*, tworzący **Zespół Programowy** w składzie:

- dr Jacek Bojarski,
- dr hab. Krzysztof Przesławski, prof. UZ,
- dr Jan Szajkowski.

Kilka słów o poprzednich kongresach

Pierwszy Kongres Młodych Matematyków Polskich odbył się w Warszawie w dniach 17-19 września 2004 roku. Pomysłodawcą był prof. Stanisław Janeczko – ówczesny dyrektor Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk, a głównym celem Kongresu – co podkreślają również zgodnie wszyscy późniejsi organizatorzy – umożliwienie spotkania uczniom szkół ponadpodstawowych z całej Polski, dla których matematyka stała się prawdziwą pasją.

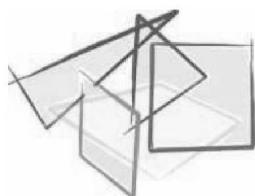
Organizatorami Kongresu były Polskie Towarzystwo Matematyczne i Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk we współpracy z Krajowym Funduszem na rzecz Dzieci oraz Komitetem Głównym Olimpiady Matematycznej. Kongres honorowym patronatem objęła Pani Jolanta Kwaśniewska, Małżonka Prezydenta RP.



W pierwszym Kongresie udział wzięło blisko 300 uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych. Wykłady plenarne wygłosili Stanisław Janeczko, Zbigniew Palka, Andrzej Pelczar, Paweł Traczyk, Jerzy Tiuryn, Jakub Wojtaszczyk i Jerzy Zabczyk. Podczas Kongresu swoje referaty zaprezentowali również jego uczestnicy – uzdolnieni matematycznie uczniowie z różnych stron Polski.



Sukces Kongresu wpłynął na decyzję o przekształceniu go w przedsięwzięcie o charakterze cyklicznym. Ustalono, że organizatorami będą Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk oraz jednostki naukowe posiadające uprawnienia do nadawania stopnia doktora habilitowanego w zakresie nauk matematycznych, a sam kongres odbywać się będzie co cztery lata w jednej z nich. W 2008 roku, po drugim kongresie, organizatorzy postanowili, że kolejne jego edycje będą odbywały się co dwa lata. O objęcie honorowym patronatem organizatorzy prosić będą Małżonkę Prezydenta RP, a każdy kongres skupiać będzie zafascynowanych matematyką uczniów z całej Polski.



Drugi Kongres odbył się w Poznaniu w dniach 26-28 września 2008 roku pod honorowym patronatem Pani Marii Kaczyńskiej. Głównymi organizatorami były Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza oraz Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk. Wykłady plenarne przedstawili Krzysztof Ciesielski, Jerzy Jaworski, Stanisław Kasjan, Roman Murawski, Krzysztof Oleszkiewicz i Jacek Świątkowski. Uczestnicy kongresu – a było ich blisko 270 – mogli również wysłuchać prezentacji przygotowanych przez uczniów ze szkół ponadpodstawowych.

Kolejny, III Kongres, zorganizowany przez Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego oraz Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk, odbył się w Krakowie w dniach 17-19 września 2010 roku pod honorowym patronatem Pani Marii Kaczyńskiej. W Kongresie uczestniczyło prawie 250 uczniów, którzy mieli okazję do wysłuchania referatów przedstawionych zarówno przez samych uczestników, jak i studentów uniwersytetu, a także referatów plenarnych przygotowanych przez Andrzeja Dąbrowskiego, Wojciecha Kryszewskiego, Tomasza Łuczaka, Zbigniewa Marciniaka i Edwarda Tutaja.



W dniach 20-23 września 2012 roku w Gdańsku odbył się IV Kongres Młodych Matematyków Polskich. Organizatorami były Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego oraz Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk.

Podczas Kongresu ponad 230 jego uczestników tradycyjnie wysłuchało referatów przedstawianych przez uczniów oraz wykładów plenarnych, które wygłosili Tadeusz Figiel, Jerzy Kaczorowski, Tomasz Komorowski, Zdzisław Pogoda, Ryszard Rudnicki, Zbigniew Szafraniec i Bronisław Wajnryb.

Kilka słów o Wydziale Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego



Uniwersytet Zielonogórski powstał w 2001 roku w wyniku połączenia Politechniki Zielonogórskiej i Wyższej Szkoły Pedagogicznej im. T. Kotarbińskiego. Pierwsza z uczelni powstała w 1965 roku jako Wyższa Szkoła Inżynierska, przekształcona w 1996 roku w Politechnikę Zielonogórską. Natomiast w 1971 roku powstała Wyższa Szkoła Nauczycielska, dwa lata później przekształcona w Wyższą Szkołę Pedagogiczną.

Jednym z wydziałów był wówczas, utworzony w wyniku połączenia instytutów matematyki i fizyki obu uczelni, Wydział Nauk Ścisłych, który w lutym 2004 roku, w wyniku zmian organizacyjnych, został podzielony na dwa wydziały. W tym roku minęło zatem 10 lat istnienia *Wydziału Matematyki, Informatyki i Ekonometrii* pod taką właśnie nazwą.

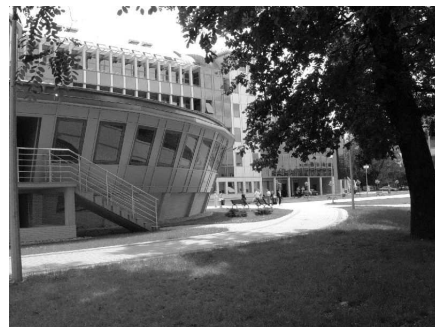
Obecnie Wydział Matematyki Informatyki i Ekonometrii jest w gronie 13 jednostek naukowych w Polsce mających prawo do nadawania stopnia doktora habilitowanego w zakresie nauk matematycznych. Prowadzi kształcenie na studiach stacjonarnych na kierunkach:

- *informatyka i ekonometria* (studia pierwszego i drugiego stopnia),
- *inżynieria danych* (studia inżynierskie pierwszego stopnia),
- *matematyka* (studia pierwszego i drugiego stopnia oraz studia doktoranckie).



Dla Wydziału rok 2013 był pełen sukcesów. Komitet Ewaluacji Jednostek Naukowych w ramach kompleksowej oceny parametrycznej przyznał Wydziałowi kategorię A. Wśród wszystkich ocenianych wydziałów matematycznych w kraju Wydział znalazł się na 7. miejscu. Warto podkreślić, że w rankingu osiągnięć naukowych Wydział znalazł się na miejscu trzecim, za Wydziałem Matematyki Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Wydziałem Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. W tym samym roku Prezydium Polskiej Komisji Akredytacyjnej wydało pozytywną ocenę instytucjonalną Wydziału. Ponadto, w rankingu umieszczonym w bazie IDEAS (największa na świecie niekomercyjna baza bibliograficzna dotycząca ekonomii) Wydział znalazł się w pierwszej dziesiątce rankingu instytucji ekonomicznych naszego kraju.

W organizowanym przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego konkursie na dofinansowanie w zakresie wdrażania systemów poprawy jakości kształcenia oraz Krajowych Ram Kwalifikacji, Wydział otrzymał dofinansowanie w kwocie 1 000 000 zł dla uruchomionego kierunku *inżynieria danych*. W konkursie tym nagrodzonych zostało 13 kierunków wśród 185 wniosków dla studiów o profilu ogólnoakademickim.



Na Wydziale prowadzone są między innymi badania z równań funkcyjnych, analizy funkcjonalnej i teorii aproksymacji, algebry i geometrii kombinatorycznej, procesów stochastycznych oraz inkluzji różniczkowych i stochastycznych, a także z zastosowań matematyki i informatyki w ekonomii, finansach i ubezpieczeniach. Dotyczą one zastosowań statystyki matematycznej, teorii prawdopodobieństwa, procesów stochastycznych, inkluzji różniczkowych i stochastycznych, teorii gier i optymalizacji oraz, szeroko pojętej, matematyki dyskretnej. W szczególności badania te dotyczą: modeli równowagi rynkowej, modeli rynku, zastosowań teorii gier i procesów stochastycznych w ekonomii, statystycznych modeli liniowych, zastosowań metod matematycznych w technice i naukach przyrodniczych.

Bardzo ważnym elementem działalności Wydziału jest popularyzacja matematyki wśród uczniów szkół podstawowych, gimnazjalnych i ponadgimnazjalnych. Największym przedsięwzięciem realizowanym od wielu lat na Wydziale jest organizacja krajowej edycji międzynarodowego konkursu *Matematyka bez granic*, w którym uczestniczy blisko 27 tysięcy uczniów z całej Polski.

Pracownicy Wydziału prowadzą szeroką współpracę z ośrodkami naukowymi na całym świecie. Dzięki temu również studenci mają możliwość odbywania części studiów na uczelniach zagranicznych w Grecji, Hiszpanii, Niemczech, Portugalii, Turcji i na Węgrzech. Studenci Wydziału działają w kołach naukowych i organizacjach studenckich, biorą aktywny udział w festiwalach nauki, Bachanaliach, a także w organizacji wydziałowego pikniku integracyjnego dla pracowników i studentów *Dzień bez granic*.

Na koniec jedna z wypowiedzi absolwentów:



Jak każdy doskonale pewnie już wie z własnego doświadczenia nauka przedmiotów ścisłych, a zwłaszcza matematyki, nie polega na pamięciowym przyswajaniu wiedzy, tylko, co jest bardzo cenne, na poznawaniu jej ze zrozumieniem. I od tego właśnie wszystko się zaczyna ... Studia na Wydziale nie należą może do najłatwiejszych, jednak matematyka jest fascynującą dziedziną nauki i daje absolwentom olbrzymie możliwości rozwoju.

Program Kongresu

Czwartek, 18 września 2014

- 16:00 – 20:00 rejestracja uczestników (hol budynku WMiE)
18:00 – 21:00 kolacja (klub „U Ojca”)
21:00 – 21:30 spotkanie z opiekunami grup (sala 207 WMiE)

Piątek, 19 września 2014

- 07:15 – 08:45 śniadanie
09:00 – 09:45 uroczyste otwarcie Kongresu (aula UZ)
przemówienie: Natalia Szczucka,* *Matematyka – uczenie i nauczanie, wyzwania i możliwości w perspektywie europejskiej* (aula UZ)
09:45 – 10:30 wykład plenarny: Marek Kordos, *Ciężkie argumenty* (aula UZ)
10:30 – 11:00 przerwa
11:00 – 11:45 wykład plenarny: Krzysztof Ciesielski, *Tramwaj, owieczki i Tatry, czyli o twierdzeniu retraktowym Ważewskiego* (aula UZ)
11:50 – 13:50 obiad
14:00 – 19:00 wycieczki w grupach (odjazd o 14:00 sprzed budynku WMiE)
19:30 – 21:00 kolacja
21:00 – 24:00 warsztaty, turnieje, konkursy (budynek WMiE)

Sobota, 20 września 2014

- 07:30 – 09:00 śniadanie
09:15 – 10:00 wykład plenarny: Zdzisław Pogoda, *O modelach Wszechświata* (aula UZ)
10:00 – 10:45 wykład plenarny: Krzysztof Przesławski, *Od geometrii do zarządzania dostawami i z powrotem* (aula UZ)
10:45 – 11:15 przerwa
11:15 – 11:45 pokaz filmów o laureatach medalu Fieldsa (aula UZ)
12:00 – 14:00 obiad
14:15 – 15:35 referaty uczestników w sekcjach A i B (sale 1 i 3 WMiE)
15:35 – 16:05 przerwa
16:05 – 17:45 referaty uczestników w sekcjach A i B (sale 1 i 3 WMiE)
16:00 – 18:00 konkurs prac uczniowskich z matematyki (sala 207 WMiE)
18:00 – 19:30 kolacja
20:00 – 21:30 wieczór kabaretowo-jazzowy (aula UZ)
wystąpi kabaret Ciach oraz kwartet jazzowy z Wydziału Artystycznego Uniwersytetu Zielonogórskiego

* Dyrektor Przedstawicielstwa Regionalnego Komisji Europejskiej z siedzibą we Wrocławiu

	Sekcja A (sala 1 WMiE)	Sekcja B (sala 3 WMiE)
14:15 – 14:35	Natalia Ślusarz, <i>Kilka ciekawych figur, czyli o trójkącie cięciw</i>	Marek Żochowski, <i>O królowych na szachownicy, czyli o dominacji</i>
14:35 – 14:55	Monika Tota, <i>Metody matematyczne w fizyce – analiza niepewności pomiarowych</i>	Oliwia Bondaruk, <i>Matematyczna emerytura</i>
14:55 – 15:15	Paweł Piwek, <i>Jak znajdować wszystkie trójkąty?</i>	Jan Boruch, <i>Równanie Pella</i>
15:15 – 15:35	Filip Cukrowski, <i>Matematyka a szachy</i>	Danylo Khilko, <i>Some properties of intersection points of Euler line and orthotriangle</i>
15:35 – 16:05	przerwa	
16:05 – 16:25	Michał Kukuła, <i>Wybrane ciągi kombinatoryczne</i>	Karolina Kowal, <i>Izogonalne sprzężenie. Symediany</i>
16:25 – 16:45	Karolina Cynk, <i>Tetris w poszukiwaniu azteckich diamentów</i>	Julia Bazińska, <i>Dowodzenie z wykorzystaniem niezmienników matematycznych</i>
16:45 – 17:05	Krzysztof Zamarski, <i>Różnorodność zastosowań liczb Catalana</i>	Mateusz Klein, <i>Twierdzenie japońskie</i>
17:05 – 17:25	Bartosz Narkiewicz, <i>Systemy liczbowe, w tym system złoty</i>	Katarzyna Wodzińska, <i>Ciekawe własności paraboli</i>
17:25 – 17:45	Mateusz Wytrwał, <i>Dziel i zwyciężaj, czyli jak mnożyć szybciej</i>	Maria Kawula, <i>Gra w życie</i>

Niedziela, 21 września 2014

07:30 – 09:00	śniadanie
09:15 – 10:00	wykład plenarny: Paweł Strzelecki, <i>O potęgach dwójki i prawie Benforda</i> (aula UZ)
10:00 – 10:45	wykład plenarny: Tadeusz Nadziejka, <i>Mechanika w służbie matematyki</i> (aula UZ)
10:45 – 11:15	przerwa
11:15 – 12:00	wręczenie nagród laureatom konkursów (aula UZ)
12:15 – 14:15	obiad
12:50 – 16:20	odjazd autobusem sprzed budynku WMiE na dworzec PKP

Krzysztof Ciesielski (Uniwersytet Jagielloński)

Tramwaj, owieczki i Tatry, czyli o twierdzeniu retraktowym Ważewskiego

W roku 1947 opublikowana została pewna praca naukowa krakowskiego matematyka Tadeusza Ważewskiego. W pracy tej wykazane było twierdzenie, nazywane dziś twierdzeniem retraktowym Ważewskiego. Rezultat ów dotyczy jakościowej teorii równań różniczkowych, której przedmiotem jest badanie własności rozwiązań równań różniczkowych bez konieczności wypisania tych rozwiązań wzorami. Ważewski bardzo pomysłowo wykorzystał pojęcie retraktu, wprowadzone wcześniej przez warszawskiego matematyka Karola Borsuka. W roku 1961 Solomon Lefschetz z USA, jeden z najwybitniejszych specjalistów w dziedzinie równań różniczkowych na świecie, stwierdził, że metoda retraktowa Ważewskiego jest najbardziej oryginalnym wynikiem w równaniach różniczkowych po II wojnie światowej. Twierdzenie stało się bazą dla ważnych badań matematycznych, prowadzonych do dziś. Na wykładzie mowa będzie przede wszystkim o tym właśnie twierdzeniu – od podstaw przez twierdzenie do niebanalnych zastosowań.

Marek Kordos (Uniwersytet Warszawski)

Ciężkie argumenty

Pojęcie środka ciężkości wprowadził Archimedes (*O równowadze figur płaskich*) od razu zwracając uwagę, że ciężar może być dodatni lub ujemny (np. wypór utrzymujący okręty na wodzie). Pojęcie to pozwala na szybkie i efektywne rozwiązywanie wielu problemów geometrycznych (np. czworokąty Varignona i Wittenbauera, reguły Guldina), ale też stało się impulsem dla wprowadzenia przez Möbiusa współrzędnych barycentrycznych (*Der baryzentrische Calcül*) – można tak obciążyć wierzchołki sympleksu (na płaszczyźnie: trójkąta), by ich środek ciężkości wypadł w dowolnie obranym punkcie przestrzeni; ten układ obciążeń to właśnie współrzędne barycentryczne owego punktu. Współrzędne te są jednorodne, co powoduje, iż wszelkie gładkie funkcje (dokładniej: gładkie w stopniu co najmniej takim, jak stopień jednorodności) są wielomianami. Z kolei fakt, że łatwo wskazać układ niemający środka ciężkości w przestrzeni euklidesowej (każdy układ o sumie ciężarów i wyporów równej zero, np. odcinek, którego jeden koniec jest obciążony ciężarem o wartości równej wartości wyporu w drugim końcu), wymusza konieczność wprowadzenia dodatkowych punktów (brakujących środków

ciężkości), co domyka przestrzeń do przestrzeni rzutowej. Te dwie własności powodują, że współrzędne barycentryczne są podstawowym narzędziem geometrii algebraicznej – jednej z frontowych gałęzi współczesnej matematyki.

Tadeusz Nadzieja (Uniwersytet Opolski)

Mechanika w służbie matematyki

Mechanika do końca XVII wieku była nauką opisową. Przestała nią być, gdy Izaak Newton w swoim fundamentalnym dziele *Principia Mathematica* wprowadził do mechaniki metody geometryczne. Wiek XVIII i XIX, to lata wprowadzania metod analitycznych. Główne zasługi w kreowaniu mechaniki analitycznej należą do Eulera, d'Alemberta i Lagrange'a. Ten ostatni w roku 1788 wydał dzieło *Mécanique analytique*, w którym pisze „W tym dziele nie ma w ogóle rysunków. Metody, jakie przedstawiłem, nie wymagają ani konstrukcji geometrycznych, ani rozważań geometrycznych i mechanicznych; wymagają tylko operacji algebraicznych przeprowadzonych planowo i jednolicie”. Mechanika uległa takiej matematyzacji, że stała się częścią matematyki, a dokładniej teorii równań różniczkowych. Można rzec, że od czasów Newtona mechanika i matematyka żyją w pewnej symbiozie; ta pierwsza dostarcza problemów, druga metod pozwalających je rozwiązać ale też stawiane przez mechanikę zagadnienia są inspiracją do rozwoju wielu dziedzin matematyki, na pozór bardzo odległych od zastosowań w naukach przyrodniczych.

Na wykładzie pokażę, jak interpretacja fizyczna pewnych twierdzeń i pojęć matematycznych pozwala lepiej je zrozumieć, uczynić bardziej intuicyjnymi a czasami wskazać szkic dowodu.

Zacniemy od prostego ale nie całkiem oczywistego spostrzeżenia: *związki między różnymi wielkościami fizycznymi nie zależą od przyjętych jednostek pomiaru tychże wielkości*. Pokażemy, jak z tego faktu wynika twierdzenie Pitagorasa oraz podstawowy wzór rachunku różniczkowego. Podamy też dowody uogólnień twierdzenia Pitagorasa oparte na argumentach rodem z mechaniki i hydromechaniki.

Metodą środka ciężkości wykażemy twierdzenie Cevy, które jest jednym z podstawowych narzędzi w dowodach różnych własności trójkątów. Rozwiążemy też zadanie polegające na znalezieniu minimum pewnej funkcji.

Nasze rozważania nie będą miały precyzji wymaganej w dowodach matematycznych, będą raczej rodzajem argumentacji przemawiającej za prawdziwością omawianych twierdzeń.

Zdzisław Pogoda (Uniwersytet Jagielloński)

O modelach Wszechświata

Od dawien dawna ludzie chcieli poznać najpierw kształt Ziemi a później jej otoczenia. Wyobrażenia były różnorodne: dysk unoszony przez słonie na grzbiecie ogromnego żółwia, ogromna skrzynia, czy wreszcie kula. Otoczenie Ziemi, czyli niebo też miało różnorodne modele, żeby wspomnieć tylko te najbardziej popularne – geocentryczny i heliocentryczny. Wraz z rozwojem technik obserwacyjnych zagłębiano coraz głębiej w przestrzeń; Wszechświat stawał się coraz bardziej wielki i naturalne było pytanie o jego kształt. Żeby mówić o kształcie, trzeba mieć z czego wybierać. I tu z pomocą przychodzą matematycy. Przedstawiają katalog obiektów nazywanych rozmaitościami, z których badacze kształtu Wszechświata starają się wybrać ten odpowiadający rzeczywistości.

Na wykładzie będzie między innymi o tym katalogu. Czy jest on kompletny? Jak wyglądają kandydaci na taki model? Czy w ogóle będzie możliwe precyzyjne poznanie kształtu naszego Wszechświata, a może skazani jesteśmy tylko na pewne przybliżenia?

Krzysztof Przesławski (Uniwersytet Zielonogórski)

Od geometrii do zarządzania dostawami i z powrotem

Gdyby sporządzić statystykę, które z matematycznych zadań pochłania najwięcej czasu komputerowego na świecie, wtedy odpowiedzią byłoby najprawdopodobniej programowanie liniowe. (László Lovász, 1980)

Innymi słowy, wtedy w 1980 roku, a całkiem możliwe, że i dzisiaj, obliczenia dokonywane za pomocą komputerów polegają w znacznej mierze na rozwiązywaniu układów nierówności liniowych. Dzieje się tak dlatego, że zadania określane jako planowanie dostaw, przydział środków, zarządzanie zasobami, optymalizacja kosztów produkcji, czy optymalizacja żywienia dają się często sprowadzić do znalezienia rozwiązań takich, liczących zwykle tysiące zmiennych i tysiące nierówności, układów. Ich rozwiązanie przekracza możliwości człowieka, ale nie odpowiednio zaprogramowanej maszyny. Rdzeniem działającego programu jest ściśle opisana procedura postępowania. Pierwszą znaną i niezwykle skuteczną procedurę programowania liniowego nazywaną *metodą sympleksową* opracował w 1947 roku Georg

Dantzig. U jej podstaw leży geometria, a ściślej geometria wielościanów. Dzisiaj znamy kilka innych algorytmów programowania liniowego; wszystkie opierają się na pewnych, czasem całkiem wyrafinowanych, rozważaniach geometrycznych. Moglibyśmy powiedzieć, nieco antropomorfizując, że programowanie liniowe zaciągnęło dług u geometrii. Czy jest w stanie go spłacić? Czy istnieją interesujące zadania geometryczne, które można sprowadzić do zadań programowania liniowego? Czy można je skutecznie rozwiązać za pomocą dostępnych narzędzi? Te pytania będą przedmiotem wykładu.

Paweł Strzelecki (Uniwersytet Warszawski)

O potęgach dwójki i prawie Benforda

Obserwując kilkadziesiąt początkowych potęg dwójki o wykładnikach naturalnych, nie znajdziemy żadnej liczby, której zapis dziesiętny zaczynałby się od siódemki lub dziewiątki. Czy to reguła, czy może przypadek? Czy potęgi dwójki o naturalnym wykładniku częściej zaczynają się od siódemki, czy od ósemki? Czy istnieje potęga dwójki, której zapis dziesiętny ma na początku datę bitwy pod Grunwaldem, a zaraz po niej mój numer telefonu komórkowego?

Odpowiemy na te wszystkie pytania, wykorzystując zasadę szufladkową Dirichleta, proste własności liczb niewymiernych i własności obrotów na płaszczyźnie. Powiemy też, co to ma wspólnego z metodami matematycznymi mechaniki niebios oraz ze stosowanymi w praktyce w USA sposobami wykrywania oszustw finansowych.

Julia Bazińska (Gdynia)

Dowodzenie z wykorzystaniem niezmienników matematycznych

Jak dowieść, że coś jest niemożliwe? Odpowiedzieć można na wiele sposobów, ale ja skupię się na jednej z najprostszych i najbardziej eleganckich metod – niezmiennikach matematycznych. Znajdują one zastosowanie w różnych gałęziach matematyki, od algebry aż po topologię. Zademonstruję przykłady problemów pozornie trudnych, które można rozwiązać posługując się niezmiennikami. Następnie cofnę się do XIX wieku, żeby udowodnić raz jeszcze twierdzenie Bolyai-Gerwiena o równoważności wielokątów przez podział. Potem podniosę trochę poprzeczkę: rozważę prawdziwość mocniejszego twierdzenia i zadam pytanie – da się? Z pomocą przyjdą mi właśnie niezmienniki matematyczne.

[1] M. Laczkovich, *Conjecture and Proof*, Math. Assoc. Amer., Washington 2001.

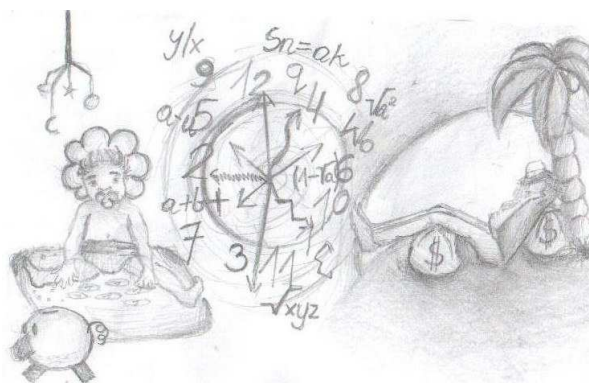
[2] <http://www.interklasa.pl/portal/dokumenty/pabich/s5l.htm>

Oliwia Bondaruk (Sulechów)

Matematyczna emerytura

W Polsce, praktycznie każda osoba fizyczna (pracująca) podlega obowiązkowemu ubezpieczeniu emerytalnemu i rentowemu, a wysokość składek regulowana jest odpowiednimi ustawami ([2]). Większość emerytów skarży się na zbyt niskie pobory. Nie rozumieją, że pracując ciężko i płacąc rzetelnie składki, teraz otrzymują tak małe świadczenia emerytalne.

W referacie przedstawię jak można matematycznie opracować dodatkowe źródło finansowe, mające istotny wpływ na naszą emeryturę. Będzie to taki dodatkowy, prywatny filar emerytalny.



Według GUS średni czas trwania życia kobiet i mężczyzn w Polsce, po osiągnięciu wieku emerytalnego (67 lat), wynosi 15 lat. Zakładając, że pracować będziemy średnio 45 lat, można postawić pytanie: *Jaką składkę musimy wpłacać miesięcznie np. do banku, by wypłacać sobie stałą emeryturę (z dodatkowego filaru) na określonym poziomie?*

Na to pytanie, przy dodatkowych założeniach, odpowiem korzystając z metody analizy szeregów liczbowych ([1]).

[1] I. N. Bronsztejn, K. A. Siemiendiajew, *Matematyka – poradnik encyklopedyczny*, PWN, Warszawa 1986.

[2] <http://www.zus.pl>

Jan Boruch (Tarnów)

Równanie Pella

Tematem mojego referatu jest równanie nazwane przez Eulera równaniem Pella. Równanie to przedstawia się w postaci:

$$x^2 - Dy^2 = 1,$$

gdzie D jest liczbą naturalną oraz x i y są liczbami całkowitymi.

Dla D będącego kwadratem liczby całkowitej równanie to posiada dwa rozwiązania $(1, 0)$ oraz $(-1, 0)$, natomiast dla D niebędącego kwadratem liczby naturalnej równanie to posiada nieskończenie wiele rozwiązań, które można z łatwością generować przy pomocy algorytmu. Zagadnienie to ma swoje zastosowanie w zadaniach olimpijskich, o którym warto pamiętać.

[1] A. Neugebauer, *Matematyka Olimpijska: Algebra i teoria liczb*, Volumina, Szczecin 2011.

Filip Cukrowski (Brzeg Dolny)

Matematyka a szachy

Królowa nauk i królewska gra mają ze sobą wiele powiązań. Wiele dylematów, z którymi zmagają się gracze, znajduje swoje rozwiązanie w poszczególnych twierdzeniach matematycznych. Jako aktywny gracz i pasjonat królewskiej gry dostrzegam podobieństwa zachodzące między przedmiotami ścisłymi, głównie matematyką, a szachami.

Szachy pomagają rozwijać umiejętność logicznego myślenia, co jest szczególnie widoczne u najmłodszych, a w wielu szkołach istnieją one już jako osobny przedmiot. Doskonalenie umiejętności w królewskiej dyscyplinie pomaga lepiej zrozumieć przedmioty ścisłe. Zależność zachodzi również w drugą stronę, gdyż matematycy lepiej odnajdują się na biało-czarnej planszy. Najlepszymi przykładami są tacy mistrzowie świata w szachach jak Emanuel Lasker, Max Euwe czy Michaił Botwinnik. Pierwszy z nich był doktorem matematyki i przewodniczącym europejskiej komisji jako specjalista elektroniki, pracującej nad elektronicznym programem szachowym. Z kolei Michaił Botwinnik miał tytuł doktora nauk technicznych i przecierał szlaki w dziedzinie komputerowych programów szachowych.

Istnieje cała kolekcja zadań z użyciem szachownicy i bierek, które można zaliczyć do dziedziny matematyki nazywanej kombinatoryką. Są to dylemat skoczka, czterech i ośmiu hetmanów, które charakteryzują się specyficznym ustawieniem bierek na szachownicy.

Do dziś nie pozostał rozwiązany problem wygranej czy remisu. W celu ustalenia wyniku partii po perfekcyjnej grze obu stron należałoby rozpatrzyć łącznie 119 060 324 możliwości zaledwie po szóstym posunięciu, co w obecnych czasach wydaje się niemożliwe wobec trwających średnio po 50 ruchów partii. Dodatkowo liczba możliwości zmienia się w systemie szachów Fischera, w którym dozwolone jest dowolne ustawienie bierek na pierwszej linii w przypadku białych i ósmej dla czarnych na 960 różnych sposobów. Ciekawostką jest również istnienie programu obliczającego pozycje końcowe – tablicy Nalimova.

Zależność między matematyką a szachami istnieje także w rozmaitych legendach, m.in. w bajce o królu, szachach i ziarnach pszenicy. Matematyka i szachy mają więc ze sobą wiele powiązań, które należy poddać pod rozagę. Nie wydają się one mieć konkretnego zastosowania praktycznego, ale z pewnością jest to zagadnienie ciekawe, będące jednocześnie dla niektórych prawdziwym wyzwaniem.

[1] T. H. Cormen, Ch. E. Leiserson, R. L. Rivest, *Wprowadzenie do algorytmów*, WNT, Warszawa 1990.

[2] G. Kasparow, *Moi wielcy poprzednicy. Tom 1*, RM, 2006.

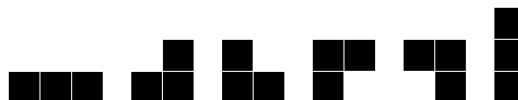
[3] <http://stronafizyki.republika.pl/informacje/pomiary.htm>.

Karolina Cynk (Kraków)

Tetris w poszukiwaniu azteckich diamentów

Chyba każdy, kto choć raz w życiu dotknął klawiatury komputera, zna grę Tetris. Obchodząca 6 czerwca tego roku swoje 30. urodziny gra doczekała się wersji na chyba każdy istniejący system operacyjny, więcej – w Tetris można grać nawet (ale tylko raz do roku) na ścianie akademika w Łodzi (projekt P.I.W.O.).

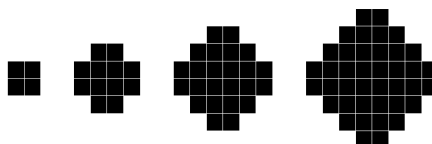
Gra w Tetris polega na układaniu klocków złożonych z czterech kwadratów jednostkowych, zwanych tetromino. Można więc powiedzieć, że Tetris jest dalekim krewnym gry znanej od starożytności – domino. Każdy, kto grał w domino, wie, że istnieją dokładnie dwa kształty klocków domina (uwzględniając położenie): poziomy i pionowy. Podobnie, gdybyśmy chcieli policzyć wszystkie kształty klocków tromino (złożonych z trzech kwadratów jednostkowych) to znajdziemy ich sześć:



W pierwszej części referatu przedstawię metodę wyznaczenia liczby kształtów klocków polinomino horyzontalnie wypukłych (takich, których każdy rząd jest spójny) złożonych z n kwadratów jednostkowych opartą na zastosowaniu funkcji tworzących.

Funkcją tworzącą dla ciągu a_n nazywamy szereg potęgowy $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Jeśli szereg ten jest zbieżny, to jego sumę nazywamy funkcją tworzącą. Metoda funkcji tworzącej pozwala nam na wykorzystanie technik z zakresu algebry i analizy (a nawet równań różniczkowych) do rozwiązywania problemów kombinatorycznych. Klasycznym przykładem zastosowania funkcji tworzącej jest wyprowadzanie wzoru Bineta.

Druga część referatu poświęcona będzie liczbie pokryw figury geometrycznej zwanej diamentem azteckim przy pomocy kostek domina (na poniższym rysunku – diamenty azteckie o wymiarze odpowiednio $n = 1, 2, 3, 4$).



Dzięki pokolorowaniu, a następnie przemieszaniu kostek domina można pokazać, że liczba A_n pokryw diamentu wymiaru n spełnia niezwykle zależność rekurencyjną $A_n = 2^n A_{n-1}$.

A zatem $A_n = 2^{\binom{n+1}{2}}$. Pomimo, że liczba $2^{\binom{n+1}{2}}$ ma bardzo prostą interpretację kombinatoryczną, nie udało mi się znaleźć dowodu powyższego wzoru odwołującego się do takiej interpretacji.

[1] M. Aigner, *A Course in Enumeration*, Graduate Texts in Mathematics 238, Springer, 2007.

[2] H. S. Wilf, *Generatingfunctionology*, A. K. Peters, Ltd. Natick, MA 2006.

Maria Kawula (Kraków)

Gra w życie

Gra w życie została wymyślona pod koniec lat 60-tych ubiegłego wieku przez Johna Conwaya i spopularyzowana przez Martina Gardnera w „Scientific American”. Nie jest to gra w pełnym tego słowa znaczeniu, lecz swego rodzaju automat.

Reguły gry

Grę prowadzi się na nieskończonej planszy podzielonej na małe kwadraty tzw. komórki. Każda komórka ma dokładnie ośmiu sąsiadów i może się znajdować w dwóch stanach: żywa lub martwa. O tym w jakim stanie się znajduje decydują następujące zasady:

1. żywa komórka mająca mniej niż dwóch żywych sąsiadów lub więcej niż trzech umiera odpowiednio z osamotnienia lub zatłoczenia;
2. żywa komórka mająca dwóch lub trzech żywych sąsiadów jest szczęśliwa i żyje dalej;
3. martwa komórka mająca dokładnie trzech żywych sąsiadów staje się żywa.

Zabawę zaczynamy od wyboru stanu początkowego, a następnie w każdym kroku zostaje on zmieniony według wcześniej podanych reguł.

W grze w życie z prostych warunków początkowych można otrzymać skomplikowane i ciekawe układy. Istnieje kilka specyficznych struktur m.in.:

- oscylatory – konfiguracje, które co pewien czas albo powracają do stanu początkowego albo do innego ściśle określonego ustawienia;
- rajskie ogrody – konfiguracje nie mające rodziców;
- statki – oscylatory przesuujące się po planszy;
- still life – układy stabilne, nie zmieniające się w czasie;
- szybowce i statki kosmiczne – struktury mogące się poruszać po planszy w nieskończoność;
- działa – oscylatory, które co pewien czas wysyłają statki.

Gra w życie jest automatem komórkowym mogącym służyć do modelowania rzeczywistości. Istnieje możliwość rozszyfrowania procesów powstawania pewnych struktur występujących w przyrodzie, takich jak faktura i barwa muszli morskiej Olivii Porphyrii czy rozwój kolonii bakterii.

[1] T. H. Cormen, Ch. E. Leiserson, R. L. Rivest, *Wprowadzenie do algorytmów*, WNT, Warszawa 1990.

[2] <http://stronafizyki.republika.pl/informacje/pomiary.htm>.

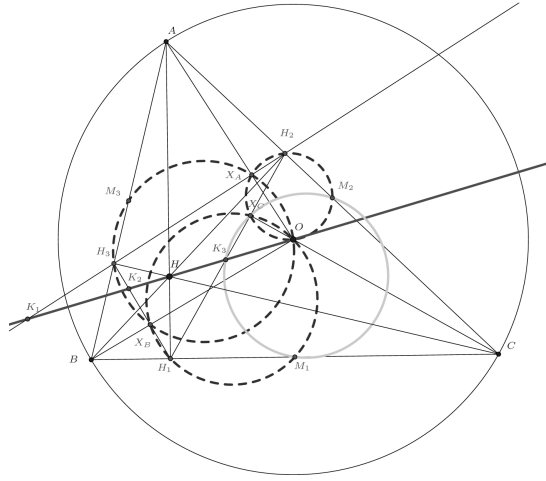
Danylo Khilko (Kijów)

Some properties of intersection points of Euler line and orthotriangle

Geometry is an important part of the problems set at the International Mathematical Olympiad. For the last few years geometry problems have often been placed on the 3rd or the 6th position which are the places for the toughest problems and this tendency seems to be here to stay. This proves that for their complexity and beauty geometry problems are in the range of current interests of the school mathematical education.

In the report we present an investigation which was initiated by the problem inspired by IMO2013 3 and IMOSL2012 G6 construction. While solving this problem, we discovered several facts about intersection points of the Euler line and the sides of orthotriangle. Further investigation of these points resulted in facts which we find interesting on their own and want to share them.

What is the main problem?



Let ABC be an acute triangle. Its altitudes AH_1, BH_2, CH_3 intersect at point H . Denote midpoints of the sides AB, BC, CA by M_3, M_1, M_2 and the circumcenter of ABC by O . Let X_A be foot of perpendicular from A to H_2H_3 . Define points X_B, X_C analogously.

The key lemma of IMOSL2012 G6 and IMO2013 3 states the following: the circumcircles of triangles $M_1X_BX_C, M_2X_AX_C, M_3X_AX_B$ intersect at point O . One

might wonder, whether a similar statement holds for triangles $M_1 M_3 X_B$, $M_1 M_2 X_C$, $M_2 M_3 X_A$. Suprisingly, this is also true. While proving this fact we discover that the intersection point of Euler line and the line $H_1 H_2 K_3$ belongs to the circum-circle of triangle $M_1 M_2 X_C$ which is a striking fact on its own. Then we study other interesting features of these points and their relations to the known objects.

Mateusz Klein (Gdynia)

Twierdzenie japońskie

Udowodnię twierdzenie Carnota, a następnie, za jego pomocą, wykazę, że jeśli wielokąt wpisany w okrąg podzielimy odcinkami, których końce znajdują się w wierzchołkach danego wielokąta, na trójkąty, to bez względu na sposób tego podziału suma promieni okręgów wpisanych w trójkąty będzie taka sama. Zbadam także, czy twierdzenie ma swój odpowiednik w przestrzeni.

Karolina Kowal (Tarnów)

Izogonalne sprzężenie. Symediany

W referacie przedstawię:

1. definicję prostych izogonalnych sprzężonych i ich konstrukcje w trójkącie;
2. przykłady par prostych izogonalnych sprzężonych;
3. definicję symediany;
4. przykłady par punktów izogonalnie sprzężonych;
5. najważniejsze własności prostych izogonalnie sprzężonych (w tym symedian) oraz własności izogonalnego sprzężenia punktów;
6. ciekawostki geometryczne.

[1] D. Grinberg, *Isogonal conjugation with respect to a triangle*,
<http://web.mit.edu/~darij/www/geometry2.html>.

[2] D. Grinberg, *Three properties of the symmedian point*,
<http://web.mit.edu/~darij/www/geometry2.html>.

Michał Kukuła (Gdynia)

Wybrane ciągi algorytmiczne

W swoim referacie omówię własności wybranych ciągów liczbowych, mających zastosowanie w kombinatoryce. Szczególnie zwrócę uwagę na następujące ciągi:

- Liczby Catalana – przedstawię dowody wzoru rekurencyjnego i jawnego oraz znaczenie liczb Catalana dla kombinatoryki. Omówię, co łączy takie problemy jak: liczba różnych triangulacji wielokąta, liczba różnych rozmieszczeń nawiasów, liczba różnych drzew binarnych czy liczba różnych monotonicznych dróg.
- Liczby Bella – przedstawię dowód wzoru rekurencyjnego i wzoru Dobińskiego. Omówię sposoby wykorzystania tego ciągu przy różnych problemach kombinatorycznych. Omawiając problem podziału n -elementowego zbioru przedstawię również liczby Stirlinga II rodzaju.
- Liczby Stirlinga I rodzaju – przedstawię problem podziału permutacji na cykle. Omówię pochodzenie wzoru rekurencyjnego.

- [1] W. Lipski, W. Marek, *Analiza kombinatoryczna*, PWN, Warszawa 1986.
 [2] Z. Palka, A. Ruciński, *Wykłady z kombinatoryki*, WNT, Warszawa 2009.
 [3] K. A. Ross, Ch. R. B. Wright, *Matematyka dyskretna*, PWN, Warszawa 2013.

Bartosz Narkiewicz (Gdynia)

Systemy liczbowe, w tym system złoty

W moim referacie przedstawię ciekawe sposoby zapisu liczb za pomocą systemów, które nie są oparte na liczbach naturalnych oraz parę ciekawych właściwości tzw. złotej liczby – liczby Φ .

Zaprezentuję ogólny wzór zapisu danej liczby w dowolnym systemie liczbowym rozważając nie tylko systemy o podstawach całkowitych, ale także o podstawach niecałkowitych a nawet niewymiernych. Pokażę przykładowy algorytm rozwinięcia wybranej liczby z systemu dziesiętnego na inny system o dowolnej podstawie. Następnie opowiem parę faktów na temat złotej liczby oraz ciągu Fibonacciego, co je łączy, a także jak wygląda i jakie ma właściwości system oparty właśnie na złotej liczbie.

- [1] G. M. Bergman, *A number system with an irrational base*,
 Mathematics Magazine 31 (2), s. 98–110, 1957.
 [2] L. C. Eggan, C. L. Vanden Eynden, *Decimal expansions to nonintegral bases*,
 Amer. Math. Monthly 73 (6), s. 576–582, 1966.

Paweł Piwek (Kielce)

**Jak znajdować wszystkie trójkąty? ... lub mądrzej:
rozwiązywanie równań diofantycznych trzech zmiennych stopnia drugiego
za pomocą parametryzacji krzywych stożkowych**

Pierwsza część referatu obejmie postawienie dwóch na pierwszy rzut oka trudnych problemów. Mianowicie: znaleźć wszystkie trójkąty o bokach całkowitej długości i jednym z kątów o mierze:

1. 90° ;
2. 60° .

W drugiej części referatu na początku problemy zostaną sprowadzone do rozwiązania równań diofantycznych trzech zmiennych stopnia drugiego: $a^2 + b^2 = c^2$ oraz $a^2 + ab + b^2 = c^2$, co wcale nie wydaje się być prostym zadaniem.

Równania diofantyczne zostaną z kolei sprowadzone do równań opisujących pewne krzywe stożkowe.

W trzeciej części referatu znajdziemy wszystkie punkty wymierne na wspomnianych krzywych, parametryzując je w dość pomysłowy sposób, do czego (jak się okaże) nie jest wcale potrzebna wiedza wykraczająca poza liceum. Na koniec przedstawionych będzie kilka innych problemów, które można rozwiązać tym sposobem jako okazja do wykorzystania w praktyce (jeśli kogoś taka chęć najdzie) zdobytej w czasie referatu wiedzy.

W ten sposób zadanie kombinatoryczne zostanie przekształcone w zadanie z teorii liczb, co zostanie z kolei sprowadzone do analizy pewnej krzywej. Jest to ciekawy przykład tego, jak matematyka jest pełna „tajnych przejść” pomiędzy jej poszczególnymi działami oraz że czasami warto spoglądać na problemy z nieco dalszej perspektywy.

[1] L. Kurlyandchik, *Złote rybki w oceanie matematyki*, Wydawnictwo TUTOR, 2005.

Natalia Ślusarz (Kraków)

Kilka ciekawych figur, czyli o trójkącie cięciw

Celem mojego referatu jest przedstawienie niektórych szczególnych własności figur geometrycznych zbudowanych na trójkącie.

Między innymi omówię tzw. trójkąty cięciw (ang. chordal triangles), które opisał Floor van Lamoen w zbiorze prac „Forum Geometricorum, A Journal on Classical Euclidean Geometry and Related Areas, Volume 2”. W referacie wykorzystam między innymi twierdzenie Desarguesa, twierdzenie Pascala oraz twierdzenie o trysekcji Morley’a.

Pokażę kilka twierdzeń i własności tych trójkątów, jak:

1. brak równoległości między parami poszczególnych boków;
2. homotetia trójkątów cięciw z trójkątem wyjściowym;
3. związek między trójkątem Morley'a dla trójkąta wyjściowego z trójkątem Morley'a dowolnego trójkąta cięciw;
4. związek między trójkątem Morley'a dla trójkąta wyjściowego z samymi trójkątami cięciw;
5. dowód na to, że trójkąty jednokładne z dowolnym trójkątem cięciw są homotetyczne do trójkąta wyjściowego, na którym zostały zbudowane
6. oraz że wszystkie mają wspólny punkt homotetii.

[1] F. van Lamoen, *Equilateral Chordal Triangles*, Forum Geometricorum 2, s. 33–37, 2002.

Monika Tota (Tychy)

Metody matematyczne w fizyce – analiza niepewności pomiarowych

Podstawową metodą badawczą w fizyce jest eksperyment. Eksperyment wiąże się z pomiarami, które zawsze obarczone są niepewnością pomiarową nazywaną też błędem pomiaru. Ocena niepewności pomiarowych ma duże znaczenie, ponieważ na podstawie wyników pomiarów fizycznych formułowane są związki przyczynowo – skutkowe oraz prawa przyrody.

I. Rodzaje niepewności pomiarowych

Niepewności pomiarowe można podzielić na błędy systematyczne i przypadkowe. Źródłem błędów systematycznych jest niedokładność przyrządów pomiarowych oraz warunki w jakich przeprowadza się eksperyment. Takie błędy nie podlegają matematycznej analizie. Trzeba je minimalizować przez staranny dobór aparatury pomiarowej i wybór odpowiednich metod pomiaru. Z kolei błędy przypadkowe, powodujące rozrzut kolejnych pomiarów wokół rzeczywistej wartości mierzonej wielkości fizycznej, podlegają pewnej prawidłowości, którą można opisać matematycznie przy pomocy normalnego rozkładu błędów statystycznych (krzywa Gaussa). Tę metodę stosuje się do oceny niepewności pojedynczych pomiarów. Jeśli zbiór pewnej liczby pomiarów nazwiemy rozkładem, to krzywa Gaussa będzie funkcją $f(x)$ równą prawdopodobieństwu tego, że pojedyncza losowo wybrana z rozkładu wartość będzie zawarta w przedziale od x do $x + dx$.

II. Analiza błędów przypadkowych

W oparciu o krzywą Gaussa można określić wskaźniki dokładności dla pojedynczych pomiarów, takie jak: odchylenie standardowe, czyli błąd średni kwadratowy oraz błąd prawdopodobny i błąd przeciętny.

III. Błędy pomiarów złożonych

Gdy wyznacza się wielkość fizyczną, która jest funkcją jednej lub kilku zmiennych, wówczas stosuje się do analizy błędów metodę różniczki zupełnej lub metodę pochodnej logarytmicznej.

1. Metoda różniczki zupełnej stosowana jest dla dowolnej funkcji jednej lub wielu zmiennych: $A = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.
2. Metoda pochodnej logarytmicznej stosowana jest wtedy, gdy wyznaczana wielkość fizyczna jest iloczynem dowolnych potęg mierzonych wielkości:

$$A = C x_1^a x_2^b x_3^c.$$

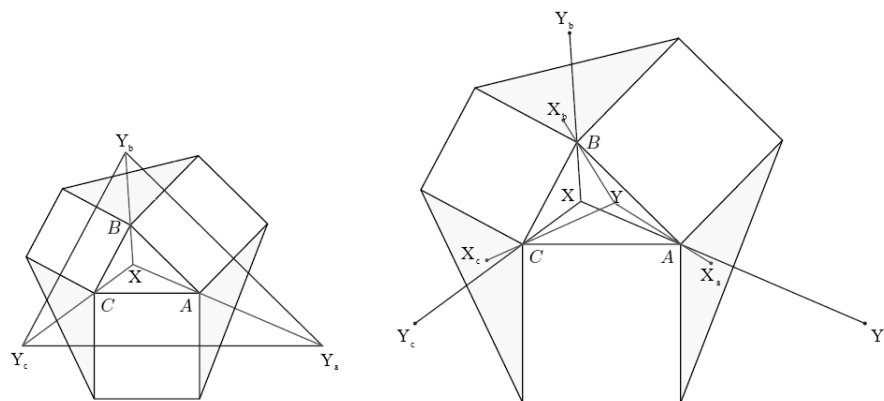
IV. Przykład analizy niepewności pomiarowej podczas wyznaczania przyspieszenia grawitacyjnego z pomiarów długości i okresu drgań wahadła matematycznego.

- [1] T. Dryński, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, PWN, Warszawa 1978.
 [2] G. L. Squires, *Praktyczna fizyka*, PWN, Warszawa 1992.
 [3] H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna*, PWN, Warszawa 1973.
 [4] http://www.eti.pg.gda.pl/katedry/kmoe/dydaktyka/Metrologia/analiza_bledow.pdf

Aleksandra Wnuk (Kraków)

Zależności między środkami w trójkątach

Konstruując na bokach dowolnego trójkąta ABC trzy kwadraty otrzymamy, przy wierzchołkach tego trójkąta, trzy nowe tzw. *flanki* (na rysunkach szare). Wybieramy pary środków trójkątów (we wszystkich powstałych trójkątach) Y i X tak, że trójkąt stworzony z Y -ów – $\triangle Y_a Y_b Y_c$ we flankach jest jednokładny z trójkątem ABC w punkcie X i na odwrót ($\triangle X_a X_b X_c$ jest jednokładny z $\triangle ABC$ w punkcie Y). Taką relację między punktami Y i X nazywamy *przyjaźnią*.



Dla jakich punktów powyższa relacja zachodzi? Co się stanie, gdy postanowimy zmienić założenia? Gdy zamiast kwadratów postanowimy na bokach trójkąta ABC opisać inne wielokąty foremne lub figury o konkretnych stosunkach boków? Czy *przyjaźń* będzie zachodzić nadal? Czy, gdy zamiast na trójkącie ABC , postanowimy opisywać figury np. na czworokącie, to wyżej wymieniona *zależność* nadal będzie występować? Czy może będziemy w stanie zauważyć całkiem nowy związek?

[1] F. van Lamoën, *Friendship Among Triangle Centers*, Forum Geometricorum 1, s. 1–6, 2001.

Katarzyna Wodzińska (Tarnów)

Ciekawe własności paraboli

W tym referacie chciałabym omówić kilka wyjątkowo interesujących własności paraboli. Będą one opierać się na pojęciach ogniska oraz kierownicy paraboli. Poniższe lematy zostaną zaprezentowane wraz z dowodami.

Lemat 1. *Jeżeli ognisko paraboli odbijemy w symetrii względem stycznej, to jego obraz będzie leżał na kierownicy. Powstały obraz będzie rzutem punktu wspólnego stycznej i paraboli.*

Lemat 2. *Niech będzie dana parabola o ognisku w punkcie F oraz dwie proste, styczne do niej w punktach A oraz B . Wówczas punkt przecięcia tych stycznych P jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie $A'B'F$, gdzie punkty A' oraz B' są odpowiednio rzutami prostokątnymi punktów A oraz B na kierownicę.*

Lemat 3. *Niech P będzie punktem leżącym na kierownicy pewnej paraboli o ognisku w punkcie F . Jeżeli przez punkt P poprowadzimy dwie styczne do paraboli w punktach A oraz B tak, że punkty A, B oraz F będą współliniowe, to odcinek FP będzie wysokością trójkąta ABP .*

Lemat 4. *Jeżeli poprowadzimy trzy styczne do paraboli, to będą one ograniczały trójkąt wpisany w okrąg przechodzący przez ognisko.*

Lemat 5. *Jeżeli poprowadzimy trzy styczne do paraboli, to będą one ograniczały trójkąt, którego ortocentrum będzie leżeć na kierownicy.*

Mateusz Wytrwał (Tarnów)

Dziel i zwyciężaj, czyli jak mnożyć szybciej

Dodawanie i mnożenie pisemne, to dwa algorytmy, które zna praktycznie każdy. Znamy je od szkoły podstawowej i z powodzeniem stosujemy w zwyczajnym życiu. Ale w dzisiejszych czasach okazuje się, że ten ostatni jest trochę za wolny. Od

szybkiego mnożenia dużych liczb zależna jest zarówno współczesna kryptografia, jak i informatyka.

W tym referacie pokażę jak matematyka może pomóc w przyspieszeniu wydawałoby się trywialnego algorytmu. Przedstawię metodę „dziel i zwyciężaj”, technikę stosowaną z powodzeniem w algorytmice i pokażę, jak przydatna ona być potrafi. Pokażę, jak z jej pomocą przyspieszyć mnożenie nie tylko zwykłych liczb całkowitych, ale nawet macierzy. Ale jak się okaże, szybkie mnożenie to tylko jeden z wielu przykładów, a strategia „dziel i zwyciężaj” przydaje się matematykom w rozwiązywaniu problemów, zarówno abstrakcyjnych, jak i rzeczywistych.

W toku referatu dowiedzie się następujących rzeczy: jak matematycy określają „szybkość” działania algorytmów, algorytmu na szybkie mnożenie liczb całkowitych, algorytmu Strassena, paru ciekawych trików z metodą „dziel i zwyciężaj” w matematycznych zagadkach, oraz, jeśli czasu wystarczy, o jeszcze szybszym algorytmie na mnożenie.

[1] S. Dasgupta, C. Papadimitrou, U. Vazirani, *Algorytmy*, PWN, Warszawa 2012.

Krzysztof Zamarski (Kraków)

Różnorodność zastosowań liczb Catalana

Wiele pozornie niezwiązanych ze sobą problemów w kombinatoryce ma to samo rozwiązanie, którym są liczby Catalana. Niewiele osób o nich słyszało, a na pewno mają one jeszcze wiele niezauważonych zastosowań.

W swoim referacie przedstawię kilka sposobów obliczania n -tej liczby Catalana, w tym wzory rekurencyjne oraz wzór jawny z uzasadnieniem, a następnie znane problemy, których są one rozwiązaniem tj.:

- liczba triangulacji n -kąta;
- liczba dróg kratowych nieprzecinających przekątnej na szachownicy $n \times n$;
- liczba płaskich ukorzenionych drzew binarnych o n liściach;
- liczba dróg łamanych na szachownicy $n \times n$;
- możliwe ustawienia nawiasów w wyrażeniu n -literowym;
- kombinacje ciągu zero-jedynkowego złożonego z n zer i n jedynek;
- liczba drzew o n krawędziach;

oraz ich wariacje, nadal mające związek z tematem.

Oprócz powyższych problemów mam zamiar zaprezentować kilka dodanych przez siebie, a na koniec wykazać zależności między nimi tak, aby stało się jasne, że wszystkie mają wspólną strukturę.

- [1] B. Bogdańska, A. Neugebauer, *Matematyka Olimpijska: Kombinatoryka*, Volumina, Szczecin 2013.
- [2] A. Doliwa, *O ciężkiej pracy geodety i leśnika, czyli różne oblicza liczb Catalana*,
Spotkania z matematyką, Olsztyn 2012.
- [3] M. Mikołajczyk, *Liczby Katalana (notatki z zajęć w Kolegium)*,
Matematyka-Społeczeństwo-Nauczanie 17, Siedlce 1996.
- [4] <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Catalan.html>

Marek Żochowski (Gdynia)

O królowych na szachownicy, czyli o dominacji

W moim wystąpieniu omówię problem dominacji w grafie. Polega on na wyznaczeniu pewnego zbioru (dominującego) wierzchołków tak, żeby każdy wierzchołek, który jest poza tym zbiorem miał przynajmniej jednego sąsiada w tym zbiorze. Przedstawię różne typy zbiorów dominujących. Następnie omówię zależność między tym problemem, a problemem ustawienia minimalnej liczby królowych na szachownicy $n \times n$ tak, żeby królowe atakowały wszystkie pola.

- [1] J. Alvarado, *Domination in Graph*, Final Project in Graph Theory, Willamette University 2012.
- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/Dominating_set

Uczestnicy Kongresu

W V Kongresie Młodych Matematyków Polskich uczestniczą uczniowie i opiekunowie zgłoszeni przez Kuratoria Oświaty, rekomendowani przez Krajowy Fundusz na rzecz Dzieci oraz zakwalifikowani przez Komitet Programowy Kongresu, a także laureaci LXV Olimpiady Matematycznej i finaliści XXXVI Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki. Ponadto, na Kongres zaproszono uczniów z Ukrainy – laureatów olimpiad matematycznych oraz uczniów z kilku szkół z województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego.

W Kongresie uczestniczą zaproszeni goście: wykładowcy z polskich uniwersytetów, przedstawiciele Komitetu Naukowego, Komitetu Honorowego, Komitetu Wspierającego i Komitetu Organizacyjnego oraz osoby reprezentujące Komisję Europejską i sponsorów Kongresu, a także studenci i pracownicy Wydziału Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytetu Zielonogórskiego.

wykładowcy

Krzysztof Ciesielski	Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytet Jagielloński
Marek Kordos	Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytet Warszawski
Tadeusz Nadziejka	Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytet Opolski
Zdzisław Pogoda	Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytet Jagielloński
Krzysztof Przesławski	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii Uniwersytet Zielonogórski
Paweł Strzelecki	Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytet Warszawski

województwo dolnośląskie

Anna Chowańska Morozowicz (opiekun)	LO im. Tadeusza Kościuszki w Sycowie
Joanna Chmielewska	III LO w Wałbrzychu
Filip Cukrowski	LO przy ZSZ im. KEN w Brzegu Dolnym
Katarzyna Dacko	ZSO im. Stefana Żeromskiego w Strzegomiu
Damian Fafuła	I LO w Świdnicy
Jędrzej Furmann	I LO w Lubinie
Aleksandra Głubieniec	III LO w Wałbrzychu
Kamil Hapkiewicz	I LO w Lubinie
Michał Karol	II LO w Lubinie
Paweł Pomykała	LO im. Tadeusza Kościuszki w Sycowie
Marcin Walkiewicz	LO w Ząbkowicach Śląskich

województwo kujawsko-pomorskie

Adam Makowski (opiekun)	Liceum Akademickie UMK w Toruniu
Agnieszka Sumicka (opiekun)	Zespół Szkół Elektronicznych w Bydgoszczy
Radosław Brzozowski	Zespół Szkół Elektronicznych w Bydgoszczy
Jagoda Budnik	Katolickie LO Księży Pallotynów w Chełmnie
Dominik Cieśliński	Gimnazjum i Liceum Akademickie UMK w Toruniu
Paweł Ciuba	I LO we Włocławku
Grzegorz Bonawentura Dłużewski	VI LO w Bydgoszczy
Szymon Grzelak	Zespół Szkół Elektrycznych we Włocławku
Igor Jadczak	Zespół Szkół Elektrycznych we Włocławku
Krzysztof Kortas	I LO w Inowrocławiu
Tomasz Kurzelewski	Liceum Akademickie UMK w Toruniu
Michał Kuźba	VI LO im. J. J. Śniadeckich w Bydgoszczy
Mateusz Murawski	Zespół Szkół Ogólnokształcących nr 4 w Toruniu
Michał Łukasz Pawłowski	I LO w Inowrocławiu
Łukasz Pijawski	Zespół Szkół Elektronicznych w Bydgoszczy
Tomasz Przybyłowski	Gimnazjum Akademickie w Toruniu
Szymon Zwara	Liceum Akademickie UMK w Toruniu

województwo lubelskie

Arkadiusz Guzenda (opiekun)	Zespół Szkół nr 5 im. Jana Pawła II w Lublinie
Wioletta Kimak (opiekun)	Zespół Szkół nr 5 im. Jana Pawła II w Lublinie
Patryk Choina	II LO w ZSO nr 1 im. KEN w Puławach
Michał Dyczka	I LO im. S. Czarnieckiego w Chełmie
Magdalena Kmiecik	II LO im. St. Staszica w Hrubieszowie
Wojciech Kryczka	Pallotyńskie LO im. S. Batorego w Lublinie

Stanisław Kurdziałek	I LO im. St. Staszica w Lublinie
Anna Łubkowska	LO im. S. Żeromskiego w Nałęczowie
Mateusz Masiak	I LO im. St. Staszica w Lublinie
Michał Matysiak	III LO w ZSO nr 2 im. F. D. Kniaźnina w Puławach
Michał Mikołajczak	I LO im. Tadeusza Kościuszki we Włodawie
Mateusz Prokopowicz	III LO w Lublinie
Tomasz Szydłowski	V LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Lublinie
Paulina Wadowska	XXIV LO w Zespole Szkół nr 5 w Lublinie

województwo lubuskie

Piotr Kociołek (opiekun)	I LO im. T. Kościuszki w Gorzowie Wlkp.
Zygmunt Krawczyk (opiekun)	Spółeczne LO w Żarach
Jakub Berezowski	I LO im. T. Kościuszki w Gorzowie Wlkp.
Kamila Bojar	LO im. Bolesława Chrobrego w Szprotawie
Oliwia Bondaruk	Gimnazjum nr 3 im. J. Kusocińskiego w Sulechowie
Jakub Dzitkowski	I LO im. T. Kościuszki w Gorzowie Wlkp.
Piotr Ewiak	Spółeczne LO w Żarach
Wiktoria Fogel	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Szczepan Kopczyński	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Aleksandra Krępa	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Maciej Marciniak	I LO w Żaganiu
Adam Michalski	I LO im. T. Kościuszki w Gorzowie Wlkp.
Anna Mikołajczyk	Spółeczne LO w Żarach
Filip Olszewski	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Tomasz Olszewski	V LO im. K. K. Baczyńskiego w Zielonej Górze
Paweł Pałka	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Gorzowie Wlkp.
Kacper Puchacewicz	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Paweł Rudnicki	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Julia Skawińska	LO im. Bolesława Chrobrego w Szprotawie
Mikołaj Ślupski	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Gorzowie Wlkp.
Krzysztof Szudera	Zespół Szkół w Kostrzynie nad Odrą
Andrzej Westfalewicz	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Jakub Szwarga	I LO w Świebodzinie
Andrzej Zapala	I LO im. E. Dembowskiego w Zielonej Górze
Urszula Zielonka	Gimnazjum nr 2 im. A. Kamińskiego w Żarach

województwo łódzkie

Renata Długosz (opiekun)	II LO w Zdunskiej Woli
Ewa Jarocka (opiekun)	XII LO im. S. Wyspiańskiego w Łodzi
Paweł Kwiatkowski (opiekun)	I LO im. Bolesława Chrobrego w Piotrkowie Tryb.

Andrzej Rychlewicz (opiekun)	Publiczne LO Uniwersytetu Łódzkiego
Tomasz Bednarek	Publiczne LO Politechniki Łódzkiej
Piotr Błędek	XII LO im. S. Wyspiańskiego w Łodzi
Rafał Burczyński	I LO im. Bolesława Chrobrego w Piotrkowie Tryb.
Agata Dubiak	Publiczne LO Uniwersytetu Łódzkiego
Michał Figlus	I LO im. Bolesława Chrobrego w Piotrkowie Tryb.
Michał Gołębka	XII LO im. S. Wyspiańskiego w Łodzi
Joanna Horbaczewska	Publiczne LO Uniwersytetu Łódzkiego
Marta Kania	XII LO im. S. Wyspiańskiego w Łodzi
Kamil Klimkowski	II LO w Zduńskiej Woli
Jarosław Ławnicki	I LO im. J. H. Dąbrowskiego w Kutnie
Karolina Maćczak	LO im. M. Konopnickiej w Poddębicach
Marcin Massalski	I LO w Łodzi
Kamil Rychlewicz	I LO im. Mikołaja Kopernika w Łodzi
Wiktor Szadowiak	Publiczne LO Uniwersytetu Łódzkiego
Wojciech Śmigielski	I LO im. Bolesława Chrobrego w Piotrkowie Tryb.
Tomasz Urbański	I LO im. Bolesława Chrobrego w Piotrkowie Tryb.
Paweł Więckowski	LO im. M. Konopnickiej w Poddębicach
Krzysztof Więclaw	I LO im. J. H. Dąbrowskiego w Kutnie

województwo małopolskie

Jacek Dymel (opiekun)	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Marcin Radwański (opiekun)	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Michał Baran	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Jan Boruch	IV LO im. Jana Pawła II w Tarnowie
Katarzyna Budzik	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Rafał Byczek	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Aleksandra Byra	I LO im. S. Konarskiego w Oświęcimiu
Aleksandra Cynk	Gimnazjum nr 2 w Krakowie
Karolina Cynk	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Beata Czernecka	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Marcin Furgal	I LO im. K. Brodzińskiego w Tarnowie
Michał Glapa	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Krzysztof Gomółka	I LO im. S. Konarskiego w Oświęcimiu
Jan Gwinner	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Maria Kawula	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Karolina Kowal	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Piotr Kubala	I LO im. K. Brodzińskiego w Tarnowie
Michał Łuszczczyk	IV LO im. Jana Pawła II w ZSO nr 1 w Tarnowie
Aleksandra Mnich	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Błażej Rozwoda	Gimnazjum nr 2 w Krakowie

Paweł Ryndak	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Piotr Ryndak	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Natalia Ślusarz	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Jakub Węgrecki	Gimnazjum Dwujęzyczne im. Św. Kingi w Tarnowie
Aleksandra Wnuk	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Katarzyna Wodzińska	III LO im. Adama Mickiewicza w Tarnowie
Mateusz Wytrwał	II LO im. Hetmana Jana Tarnowskiego w Tarnowie
Krzysztof Zamarski	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Artur Zubilewicz	V LO im. A. Witkowskiego w Krakowie
Radosław Żak	Katolicka SP im. Św. Rodziny z Nazaretu w Krakowie

województwo mazowieckie

Wojciech Martys (opiekun)	XIV LO im. S. Staszica w Warszawie
Grażyna Śleszyńska (opiekun)	VI LO im. J. Kochanowskiego w Radomiu
Adam Bieniek	VI LO im. J. Kochanowskiego w Radomiu
Łukasz Bożyk	VI LO im. Tadeusza Reytana w Warszawie
Jakub Krzysztof Gałązka	LO w ZSEkonom. w Mińsku Mazowieckim
Piotr Godlewski	XIV LO im. S. Staszica w Warszawie
Rafał Godlewski	VI LO im. J. Kochanowskiego w Radomiu
Dominik Górczyński	I LO im. H. Sienkiewicza w Płońsku
Przemysław Grabowski	II LO im. C. K. Norwida w Ostrołęce
Karol Kaszuba	XIV LO im. S. Staszica w Warszawie
Wiktoria Kośny	XIV LO w Warszawie
Rafał Kukla	I LO im. B. Prusa w Siedlach
Mikołaj Leonarski	XIV LO im. S. Staszica w Warszawie
Konrad Majewski	XIV LO im. S. Staszica w Warszawie
Tomasz Murawski	LO im. Marszałka Małachowskiego w Płocku
Marcin Ogorzelski	Technikum nr 1 w Zespole Szkół nr 1 w Piasecznie
Mateusz Radecki	VI LO im. J. Kochanowskiego w Radomiu
Thanh Thang Phan	II LO im. Stefana Batorego w Warszawie
Filip Plata	VI LO im. J. Kochanowskiego w Radomiu
Maja Maria Trębacz	XXVII LO im. T. Czackiego w Warszawie
Łukasz Jakub Wnuk	VIII LO im. Władysława IV w Warszawie

województwo opolskie

Ewa Garbaj-Kmieć (opiekun)	Publiczne LO nr II w ZSO nr II w Opolu
Martyna Cisakowska	Zespół Szkół Ogólnokształcących w Opolu
Anna Gudełajtis	Publiczne LO nr II w ZSO nr II w Opolu
Piotr Herud	Publiczne LO nr II w ZSO nr II w Opolu

Szymon Mejer	Publiczne LO nr II w ZSO nr II w Opolu
Filip Mykieta	Diecezjalne Liceum Humanistyczne w Nysie
Marta Sanowska	Diecezjalne Gimnazjum w Nysie
Tomasz Szawefło	Diecezjalne Gimnazjum w Nysie
Rafał Świętek	Publiczne LO nr II w Opolu

województwo podkarpackie

Mariusz Kraus (opiekun)	Publiczne LO Sióstr Prezentek w Rzeszowie
Adrian Bednarz	IV LO im. M. Kopernika w Rzeszowie
Dominik Grzędzielski	Technikum nr 5 w Krośnie
Sebastian Haracz	Publiczne LO Sióstr Prezentek w Rzeszowie
Kinga Kaczmarczyk	I LO im. H. Sienkiewicza w Łańcucie
Mikołaj Kosior	I LO im. H. Sienkiewicza w Łańcucie
Łukasz Lampart	Publiczne LO Sióstr Prezentek w Rzeszowie
Patryk Mazgaj	Publiczne LO Sióstr Prezentek w Rzeszowie
Krzysztof Maziarz	Zespół Szkół Ogólnokształcących w Krośnie
Filip Sondej	IV LO im. M. Kopernika w Rzeszowie
Szymon Sowa	I LO im. H. Sienkiewicza w Łańcucie
Aleksander Wiącek	IV LO im. M. Kopernika w Rzeszowie

województwo podlaskie

Agnieszka Pawluczuk (opiekun)	II LO w ZSO nr 2 w Białymstoku
Joanna Perkowska (opiekun)	III LO im. K. K. Baczyńskiego w Białymstoku
Tomasz Szałkowski (opiekun)	I LO im. Tadeusza Kościuszki w Łomży
Maciej Bogacki	II LO w ZSO nr 2 w Białymstoku
Szymon Piotr Buczyński	I LO im. Tadeusza Kościuszki w Łomży
Piotr Czajkowski	III LO im. K. K. Baczyńskiego w Białymstoku
Michał Goworko	III LO im. K. K. Baczyńskiego w Białymstoku
Damian Hajduczenia	III LO im. K. K. Baczyńskiego w Białymstoku
Marek Harasimczuk	II LO w ZSO nr 2 w Białymstoku
Beata Kakareko	II LO w ZSO nr 2 w Białymstoku
Adam Karwowski	I LO im. Tadeusza Kościuszki w Łomży
Jan Murawski	I LO im. Tadeusza Kościuszki w Łomży

województwo pomorskie

Adam Dzedzej (opiekun)	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Wojciech Krawczyk (opiekun)	I LO w Nowym Dworze Gdańskim
Julia Bazińska	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Marcin Bieszk	ZSPonadgimnazjalnych nr 2 w Wejherowie
Grzegorz Boroszko	Zespół Szkół Samorządowych w Kobylnicy

Paweł Burzyński	Gimnazjum nr 24 w Gdyni
Mateusz Klein	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Michał Kukuła	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Bartosz Narkiewicz	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Piotr Naumowicz	III LO im. Marynarki Wojennej w Gdyni
Piotr Pawlak	Ogólnokształcąca Szkoła Muzyczna w Gdańsku
Juliusz Pham	Gimnazjum nr 24 w Gdyni
Michał Piłat	III LO im. Bohaterów Westerplatte w Gdańsku
Kacper Szyca	Zespół Szkół Społecznych STO w Człuchowie
Łukasz Śliwiński	III LO im. Marynarki Wojennej RP w Gdyni
Piotr Trzciniński	I LO im. Mikołaja Kopernika w Gdańsku
Marek Żochowski	Gimnazjum nr 24 w Gdyni

województwo śląskie

Grażyna Jurek (opiekun)	Zespół Szkół nr 1 w Tychach
Agnieszka Chodkiewicz	IV LO w Zespole Szkół nr 1 w Tychach
Adrian Dyląg	I LO w Jaworznie
Kinga Janik	Technikum Ekonomiczne nr 4 w Zabrze
Konstanty Kostrzewski	Katolickie LO w ZSO nr 1 w Katowicach
Aleksander Kurcok	I LO w Tychach
Jakub Morawski	V LO w Bielsku-Białej
Marta Mościcka	V LO w Bielsku-Białej
Krzysztof Mrzigod	Gimnazjum nr 10 w Zespole Szkół nr 1 w Tychach
Dominika Regiec	I LO w ZSO nr 1 w Katowicach
Jakub Staroń	V LO w Bielsku-Białej
Beniamin Stecula	VIII LO w Katowicach
Monika Tota	IV LO w Zespole Szkół nr 1 w Tychach
Michał Wiatrowski	V LO w Bielsku-Białej

województwo świętokrzyskie

Paweł Dziuba (opiekun)	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Końskich
Andrzej Lenarcik (opiekun)	LO im. Świętej Jadwigi Królowej w Kielcach
Jadwiga Suliga (opiekun)	I LO im. gen. Wł. Sikorskiego we Włoszczowie
Piotr Ambroszczyk	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Końskich
Przemysław Białoń	LO im. Świętej Jadwigi Królowej w Kielcach
Natalia Choinacka	III LO w Ostrowcu Świętokrzyskim
Maciej Dziuba	Gimnazjum nr 1 w Końskich
Konrad Komisarczyk	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Końskich
Aleksander Łyczek	II LO im. M. Skłodowskiej-Curie w Końskich

Dawid Mastalerz	I LO im. J. Słowackiego w Skarżysku-Kamiennej
Paweł Piwek	LO im. Świętej Jadwigi Królowej w Kielcach
Rafał Pragacz	LO im. Świętej Jadwigi Królowej w Kielcach
Wojciech Siwek	I LO im. gen. Wł. Sikorskiego we Włoszczowie
Paulina Znojek	II LO im. Jana Śniadeckiego w Kielcach

województwo warmińsko-mazurskie

Aleksander Koloch (opiekun)	II LO w Zespole Szkół Licealnych w Morągu
Leszek Smyk (opiekun)	Zespół Szkół nr 2 im. Jana Pawła II w Działdowie
Rafał Chojnowski	I LO im. Wojciecha Kętrzyńskiego w Giżycku
Emil Dudaniec	II LO im. K. I. Gałczyńskiego w Olsztynie
Michał Grabowski	Zespół Szkół Ogólnokształcących w Pisz
Monika Gramacka	Zespół Szkół Licealnych i Zawodowych w Olecku
Paulina Krupa	Zespół Szkół nr 2 im. Jana Pawła II w Działdowie
Arkadiusz Michowski	I LO im. Jana Bażyńskiego w Ostródzie
Patryk Rychcik	Zespół Szkół nr 2 im. Jana Pawła II w Działdowie
Sylvia Samul	Zespół Szkół nr 2 im. Jana Pawła II w Działdowie
Mateusz Sieniawski	Gimnazjum nr 2 w Olsztynie
Joanna Slewa	Zespół Szkół Ogólnokształcących nr 2 w Elblągu
Paweł Szewczyk	II LO w Olsztynie
Natalia Urban	II LO w Zespole Szkół Licealnych w Morągu
Marcin Warakomski	Zespół Szkół nr 2 im. K. Baczyńskiego w Ełku

województwo wielkopolskie

Karolina Adamska (opiekun)	Kuratorium Oświaty w Poznaniu
Anna Kaźmierczak (opiekun)	II Liceum im. K. K. Baczyńskiego w Koninie
Grzegorz Adamski	I LO w Szamotułach
Katarzyna Buchholz	LO w Pile
Magdalena Cwojdzńska	I LO im. Karola Marcinkowskiego w Poznaniu
Mieczysław Krawiasz	VIII LO im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
Kacper Ornat	LO Towarzystwa Salezjańskiego w Pile
Maria Pietrowska	II LO w Lesznie
Paweł Przybylski	LO Towarzystwa Salezjańskiego w Pile
Adam Sobecki	III LO w Kaliszu
Cyntia Jadwiga Szymańska	II LO w Koninie
Janusz Szymkowiak	VIII LO im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
Wojciech Wawrów	LO św. Marii Magdaleny w Poznaniu
Michał Włochal	II LO w Poznaniu
Joanna Zagrodnik	I LO im. Karola Marcinkowskiego w Poznaniu

województwo zachodniopomorskie

Krystyna Ćwiklińska (opiekun)	Liceum Plastyczne w Szczecinie
Szymon Jakubiec	I LO im. Księżnej Elżbiety w Szczecinku
Jakub Kamiński	Zespół Szkół nr 1 w Stargardzie Szczecińskim
Joanna Knasińska	Liceum Plastyczne w Szczecinie
Dawid Lewandowski	LO w Zespole Szkół w Pyrzycach
Marcin Michorzewski	XIII LO w Szczecinie
Adrianna Sielacz	LO w Zespole Szkół w Resku
Hanna Stojałowska	Katolickie LO w Szczecinie
Szymon Szczyrbak	LO w Zespole Szkół nr 1 w Szczecinku
Mariusz Szukalski	II LO w Szczecinie
Krzysztof Szwąder	LO Towarzystwa Salezjańskiego w Szczecinie
Artur Twarowski	II LO w Szczecinie

zaproszeni uczniowie z Ukrainy – laureaci olimpiad matematycznych

Vitalii Senin (opiekun)
Atilla Bahchedjioglou
Maksym Chaudkhari
Oleksandr Dashkov
Yevhenii Diomidov
Danylo Khilko
Oleksandr Rudenko
Mykhailo Shatokhin
Mykyta Shcheglov
Vladyslav Vovchenko

zaproszeni uczniowie i nauczyciele ze szkół

I Liceum Ogólnokształcące im. S. Dubois w Koszalinie
Społecze Liceum Ogólnokształcące w Żarach
II Ogólnokształcące Liceum Ekologiczne w Zielonej Górze
VII Liceum Ogólnokształcące im. Jarosława Dąbrowskiego w Zielonej Górze
Zespół Szkół Elektronicznych i Samochodowych w Zielonej Górze
Gimnazjum nr 1 w Zielonej Górze

Spis treści

Komitety Honorowy	1
Komitety Wspierający	2
Komitety Naukowy	3
Organizatorzy	4
Sponsorzy Kongresu	5
Komitety Organizacyjny	6
Kilka słów o poprzednich kongresach	7
Kilka słów o Wydziale Matematyki, Informatyki i Ekonometrii	9
Program Kongresu	12

Wykłady plenarne

Krzysztof Ciesielski, <i>Tramwaj, owieczki i Tatry, czyli o twierdzeniu retraktowym Ważewskiego</i>	14
Marek Kordos, <i>Ciężkie argumenty</i>	14
Tadeusz Nadzieja, <i>Mechanika w służbie matematyki</i>	15
Zdzisław Pogoda, <i>O modelach Wszechświata</i>	16
Krzysztof Przesławski, <i>Od geometrii do zarządzania dostawami i z powrotem</i>	16
Paweł Strzelecki, <i>O potęgach dwójki i prawie Benforda</i>	17

Referaty uczniów

Julia Bazińska, <i>Dowodzenie z wykorzystaniem niezmienników matematycznych</i>	18
Oliwia Bondaruk, <i>Matematyczna emerytura</i>	18
Jan Boruch, <i>Równanie Pella</i>	19
Filip Cukrowski, <i>Matematyka a szachy</i>	19
Karolina Cynk, <i>Tetris w poszukiwaniu azteckich diamentów</i>	20
Maria Kawula, <i>Gra w życie</i>	22

Danylo Khilko, <i>Some properties of intersection points of Euler line and orthotriangle</i>	23
Mateusz Klein, <i>Twierdzenie japońskie</i>	24
Karolina Kowal, <i>Izogonalne sprzężenie. Symediany</i>	24
Michał Kukuła, <i>Wybrane ciągi algorytmiczne</i>	25
Bartosz Narkiewicz, <i>Systemy liczbowe, w tym system złoty</i>	25
Paweł Piwek, <i>Jak znajdować wszystkie trójkąty?</i>	26
Natalia Ślusarz, <i>Kilka ciekawych figur, czyli o trójkącie cięciw</i>	26
Monika Tota, <i>Metody matematyczne w fizyce – analiza niepewności pomiarowych</i>	27
Aleksandra Wnuk, <i>Zależności między środkami w trójkątach</i>	28
Katarzyna Wodzińska, <i>Ciekawe własności paraboli</i>	29
Mateusz Wytrwał, <i>Dziel i zwyciężaj, czyli jak mnożyć szybciej</i>	29
Krzysztof Zamarski, <i>Różnorodność zastosowań liczb Catalana</i>	30
Marek Żochowski, <i>O królowych na szachownicy, czyli o dominacji</i>	31
Uczestnicy kongresu	40

Sponsorzy
V Kongresu
Młodych Matematyków Polskich



UNIwersytet
ZIELONOGÓRSKI



ZIELONA GÓRA
Zrealizowano przy pomocy finansowej
Miasta Zielona Góra



Zadanie jest współfinansowane
przez Zarząd Województwa Lubuskiego



Santander Universities realizowany jest w Polsce przez Bank Zachodni WBK