



WYDZIAŁ MATEMATYKI, INFORMATYKI I EKONOMETRII
UNIwersytet Zielonogórski
ZIELONA GÓRA, 18-21 WRZEŚNIA 2014

Tetris w poszukiwaniu azteckich diamentów

Karolina Cynk

V Liceum Ogólnokształcące im. Augusta Witkowskiego w Krakowie

Chyba każdy, kto choć raz w życiu dotknął klawiatury komputera, zna grę Tetris. Obchodząca 6 czerwca tego roku swoje 30. urodziny gra doczekała się wersji na chyba każdy istniejący system operacyjny, więcej – w Tetris można grać nawet (ale tylko raz do roku) na ścianie akademika w Łodzi (projekt P.I.W.O.).

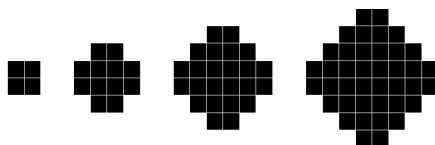
Gra w Tetris polega na układaniu klocków złożonych z czterech kwadratów jednostkowych, zwanych tetromino. Można więc powiedzieć, że Tetris jest dalekim krewnym gry znanej od starożytności – domino. Każdy, kto grał w domino, wie, że istnieją dokładnie dwa kształty klocków domina (uwzględniając położenie): poziomy i pionowy. Podobnie, gdybyśmy chcieli policzyć wszystkie kształty klocków tromino (złożonych z trzech kwadratów jednostkowych) to znajdziemy ich sześć:



W pierwszej części referatu przedstawię metodę wyznaczenia liczby kształtów klocków polinomio horyzontalnie wypukłych (takich, których każdy rząd jest spójny) złożonych z n kwadratów jednostkowych opartą na zastosowaniu funkcji tworzących.

Funkcją tworzącą dla ciągu a_n nazywamy szereg potęgowy $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Jeśli szereg ten jest zbieżny, to jego sumę nazywamy funkcją tworzącą. Metoda funkcji tworzącej pozwala nam na wykorzystanie technik z zakresu algebry i analizy (a nawet równań różniczkowych) do rozwiązywania problemów kombinatorycznych. Klasycznym przykładem zastosowania funkcji tworzącej jest wyprowadzanie wzoru Bineta.

Druga część referatu poświęcona będzie liczbie pokryć figury geometrycznej zwanej diamentem azteckim przy pomocy kostek domina (na poniższym rysunku – diamenty azteckie o wymiarze odpowiednio $n = 1, 2, 3, 4$).



Dzięki pokolorowaniu, a następnie przemieszaniu kostek domina można pokazać, że liczba A_n pokryć diamentu wymiaru n spełnia niezwykle zależność rekurencyjną $A_n = 2^n A_{n-1}$.

A zatem $A_n = 2^{\binom{n+1}{2}}$. Pomimo, że liczba $2^{\binom{n+1}{2}}$ ma bardzo prostą interpretację kombinatoryczną, nie udało mi się znaleźć dowodu powyższego wzoru odwołującego się do takiej interpretacji.

[1] M. Aigner, *A Course in Enumeration*, Graduate Texts in Mathematics 238, Springer, 2007.

[2] H. S. Wilf, *Generatingfunctionology*, A. K. Peters, Ltd. Natick, MA 2006.