



WYDZIAŁ MATEMATYKI, INFORMATYKI I EKONOMETRII
UNIwersytet Zielonogórski
ZIELONA GÓRA, 18-21 WRZEŚNIA 2014

Jak znajdować wszystkie trójkąty? ... lub mądrzej: rozwiązywanie równań diofantycznych trzech zmiennych stopnia drugiego za pomocą parametryzacji krzywych stożkowych

Paweł Piwek

Liceum Ogólnokształcące im. św. Jadwigi Królowej w Kielcach

Pierwsza część referatu obejmie postawienie dwóch na pierwszy rzut oka trudnych problemów. Mianowicie: znaleźć wszystkie trójkąty o bokach całkowitej długości i jednym z kątów o mierze:

1. 90° ;
2. 60° .

W drugiej części referatu na początku problemy zostaną sprowadzone do rozwiązywania równań diofantycznych trzech zmiennych stopnia drugiego:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{oraz} \quad a^2 + ab + b^2 = c^2,$$

co wcale nie wydaje się być prostym zadaniem.

Równania diofantyczne zostaną z kolei sprowadzone do równań opisujących pewne krzywe stożkowe.

W trzeciej części referatu znajdziemy wszystkie punkty wymierne na wspomnianych krzywych, parametryzując je w dość pomysłowy sposób, do czego (jak się okaże) nie jest wcale potrzebna wiedza wykraczająca poza liceum. Na koniec przedstawionych będzie kilka innych problemów, które można rozwiązać tym sposobem jako okazja do wykorzystania w praktyce (jeśli kogoś taka chęć najdzie) zdobytej w czasie referatu wiedzy.

W ten sposób zadanie kombinatoryczne zostanie przekształcone w zadanie z teorii liczb, co zostanie z kolei sprowadzone do analizy pewnej krzywej. Jest to ciekawy przykład tego, jak matematyka jest pełna „tajnych przejść” pomiędzy jej poszczególnymi działami oraz że czasami warto spoglądać na problemy z nieco dalszej perspektywy.