FUNKCJE WYPUKŁE, FUNKCJE SUBADDYTYWNE I CHARAKTERYZACJE NORMY L^P

Kod przedmiotu:

Typ przedmiotu: wybieralny

Odpowiedzialny za przedmiot: prof. dr hab. Janusz Matkowski

Prowadzący: prof. dr hab. Janusz Matkowski

Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze	Liczba godzin w tygodniu	Semestr	Forma zaliczenia	Punkty ECTS
Studia stacjonarne					3
Wykład	30	2	SD	Egzamin	
Ćwiczenia	-	-		-	

CEL PRZEDMIOTU:

Zapoznanie słuchacza z pogłębioną teorią funkcji wypukłych, funkcji subaddytywnych oraz pokazanie ich zastosowań w badaniach nad własnościami norm przestrzeni L^p.

WYMAGANIA WSTĘPNE:

Podstawowe wiadomości z zakresy analizy rzeczywistej, teorii miary i analizy funkcjonalnej.

ZAKRES TEMATYCZNY PRZEDMIOTU:

1. **Funkcje addytywne.** Gęstość wykresu nieliniowej funkcji addytywnej, Baza Hamela i ogólna postać funkcji addytywnych. Funkcje multiplikatywne, logarytmiczne i wykładnicze. Równanie Pexidera. (6 godz.)
2. **Funkcje wypukłe.** Funkcje t-wypukle (t-wklęsle, t-afiniczne); funkcje wypukłe (wklęsłe, afiniczne) w sensie Jansena; identyczność Daroczy'ego-Palesa; Twierdzenie Bernsteina-Doetscha; twierdzenia Steinhausa i Raikova o punktach wewnętrznych sumy algebraicznej zbiorów; twierdzenie Sierpińskiego o funkcjach wypukłych; własności funkcji wypukłych. (8 godz.)
3. **Funkcje subaddytywne**: twierdzenia o istnieniu granic jednostronnych funkcji subaddytywnych, ciągłość subdaddytywnych bijekcji; (6 godz.)
4. **Liniowa nierówność funkcyjna.** (4 godz.)
5. **Charakteryzacje norm przestrzeni L^p.** Twierdzenia odwrotne do nierówności Minkowskiego, twierdzenie odwrotne do nierówności Höldera **(**sformułowanych w formie naturalnych implikacji). (6 godz.)

METODY KSZTAŁCENIA:

Wykład: wykład tradycyjny.

EFEKTY KSZTAŁCENIA I METODY WERYFIKACJI OSIĄGANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA:

1. K_W01 posiada pogłębioną wiedzę z zakresu podstawowych działów matematyki opartą na monografiach i artykułach naukowych związanych z treścią wykładów
2. K_W02 zna różne techniki dowodzenia
3. K_W03 zna powiązania zagadnień dziedziny, w której się specjalizuje z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej
4. K_U01 posiada umiejętności konstruowania rozumowań matematycznych: dowodzenia twierdzeń, jak i obalania hipotez poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów
5. K_U02 potrafi w sposób merytoryczny przedstawić zagadnienia dziedzin matematyki obejmującej treść wykładów, seminariów doktoranckich oraz przygotowywanej rozprawy doktorskiej
6. K_K01 rozumie potrzebę dalszego kształcenia
7. K_K04 potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych

WERYFIKACJA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA I WARUNKI ZALICZENIA:

Egzamin z problemami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na ocenę tego w jakim stopniu student osiągnął efekty kształcenia w stopniu minimalnym.

OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA:

Godziny kontaktowe
wykład – 30 godz.
konsultacje – 5 godz.
Razem: 35 godz. (2 ECTS)
Praca samodzielna
przygotowanie do wykładu – 10 godz.
przygotowanie do egzaminu – 20 godz.
Razem: 30 godz. (1 ECTS)
Razem za cały przedmiot: 65 godz. (3 ECTS)

LITERATURA PODSTAWOWA:

1. M. Kuczma, An introduction to the theory of functional equations and inequalities, Uniwersytet Śląski –PWN, 1985.
2. J. Aczél, Lectures on functional equations and their applications, Academic Press, New York and London, 1966.
3. E. Hille, R.S. Phillips, Functional Analysis and Semigroups, AMS Colloquium Publ. 31, Providence 1957.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

1. St. Łojasiewicz, Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych, Biblioteka Matematyczna 46, PWN, 1973.

Title: Convex functions, subadditive functions and characterizations of L^p norm

STATUS: OPTIONAL A

STRUCTURE : Lectures
CLASS HOURS: 30
GRADING: E
ECTS : 3
SEMESTER 1

■
LECTURER
prof. dr hab. Janusz Matkowski

PRE-REQUISITES
Basis knowledge from real analysis and functional

COURSE OBJECTIVES (LEARNING OUTCOMES)

The student will possess a deeper acquaintance of the theory of convex and subadditive functions and their applications In some characterizations of L^p norm.

COURSE CONTENT

Additive functions; Hamel bases; general form of additive functions; density of the graph of any nolinear additive function; pexiderization of the additivity; general form of Jensen functions; t-convex functions (t-concave, t-affine functions); identity of Daróczy-Páles; t-convexity implies Jensen convexity, discontinuous Jensen convex (Jensen affine) functions;
interior points of the algebraic sum of sets and theorems of Steinhaus and Raikov;
theorem of Bernstein-Doetsch, theorem of Sierpiński on Jensen convex functions;
properties of convex functions; regularity of subadditive functions; a linear functional inequality generalizing convexity and subadditivity; a special linear functional inequality and its application in characterizations of L^p norm (the converses of the Minkowski and Hölder inequalities).

LITERATURE
1. M. Kuczma, An introduction to the theory of functional equations and inequalities, Uniwersytet Śląski –PWN, 1985.
2. J. Aczél, Lectures on functional equations and their applications, Academic Press, New York and London, 1966.
3. E. Hille, R.S. Phillips, Functional Analysis and Semigroups, AMS Colloquium Publ. 31, Providence 1957

ASSESSMENT
examination